

よくわからないうちは、たぶんこれを使う。

$$\left(\frac{d}{dt}\right)^2 f(\varphi_1(t), \varphi_2(t))$$

$$= \frac{d}{dt} \left(\varphi_1'(t) f_x(\varphi_1(t), \varphi_2(t)) + \varphi_2'(t) f_y(\varphi_1(t), \varphi_2(t)) \right)$$

$$= \varphi_1''(t) f_x(\varphi_1(t), \varphi_2(t)) + \varphi_1'(t) (\varphi_1'(t) f_{xx}(\varphi_1(t), \varphi_2(t)) + \varphi_2'(t) f_{xy}(\varphi_1(t), \varphi_2(t)))$$

$$+ \varphi_2''(t) f_y(\varphi_1(t), \varphi_2(t)) + \varphi_2'(t) (\varphi_1'(t) f_{yx}(\varphi_1(t), \varphi_2(t)) + \varphi_2'(t) f_{yy}(\varphi_1(t), \varphi_2(t)))$$

$f(x, y)$ が (a, b) で極大

def. $\exists \delta > 0$ $[x_0 \in A \cap B(x, \delta) \Rightarrow f(x_0) \leq f(x)]$ ($x = (a, b)$, $x_0 = (x, y)$)

これより、 $x_0 = (x, b)$ とすると、ある $\delta > 0$ まで

$$(x, b) \in A \cap B(x, \delta) \Rightarrow f(x, b) \leq f(a, b).$$

よって、 $f(x, b)$ は $x = a$ で極大。□

「微分積分学Ⅱ」P38, 定理 2.8 を参照

同様に P43, 定理 2.9 を参照