

$$F^2 \quad AB = BA$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$(A+B)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} A^k B^{n-k}$$

A, B が可換ならば

2行目以上は自然数 $n \in \mathbb{Z}$ $B^2 = 0$ ならば

$$(A+B)^{10} = \binom{10}{8} A^8 B^2 + \binom{10}{9} A^9 B + \binom{10}{10} A^{10}$$

$$A^m = \begin{pmatrix} a^m & 0 \\ 0 & a^m \end{pmatrix} \quad B^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad F = K$$

$$(A+B)^{10} = 45 \cdot \begin{pmatrix} a^8 & 0 \\ 0 & a^8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + 10 \cdot \begin{pmatrix} a^9 & 0 \\ 0 & a^9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a^{10} & 0 \\ 0 & a^{10} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a^{10} & 0 & 0 \\ 0 & a^{10} & 0 \\ 0 & 0 & a^{10} \end{pmatrix}$$