科目名	解析学 1/微分積分学 (1 回目)	対象	1S-A	学部 研究科	理学部第一部	学科 専攻科	数学科	学籍 番号		評点
平成 13 年 7 月 19 日 (木) 2 回目 (時限目)				担当	宮島静雄	学年		氏名		
試験時間	60 分	注意事項	①. 筆記用具以外持込不可 ~~2. 下記のみ参照・持込可~~							

1

(i) $A \subset \mathbb{R}$, $a_0 \in A$ として「a_0 は A の最大の元である」という主張を, 不等号 "$\leq$" と変数, 論理記号のみを用いて表現せよ.

(ii) (i) で得た表現の否定を, 否定の論理記号を使わない形に書け.

2 数列 $\{a_n\}_n$ に関する次の主張及びその否定を $\forall$, $\exists$ を用いて (否定の論理記号を使わない) 論理式で表現せよ.

(i) 十分大きい n に対して $a_n \leq 0$

(ii) $a_n > 1$ となる n が無限個存在する.

3 実数の切断の定義を述べ, 実数の連続性の公理について説明せよ.

4

(i) $A \subset \mathbb{R}$ は上に有界で, 空でないとする. $\sup A$ の定義を述べよ.

(ii) $A, B \subset \mathbb{R}$ は空でなく, 任意の $a \in A$, 任意の $b \in B$ に対して $a \leq b$ をみたすとする. このとき $\sup A \leq \inf B$ であることを証明せよ.

5

(i)「実数列 $\{a_n\}_n$ が a_0 に収束する」ということの正確な定義を述べよ.

(ii) 実数列の収束についての簡明な十分条件について知っていることを述べよ.

6

(i) 実数列 $\{a_n\}_n$ の部分列の定義を述べよ.

(ii) 数列に関する Bolzano-Weierstrass の定理を述べ, これを証明する道筋を説明せよ.

7 $a_1 = 0, a_{n+1} = \sqrt{6 + a_n}$ という漸化式で $\{a_n\}_n$ を定めると $\{a_n\}_n$ は収束することを示せ.

8

(i) 中間値の定理を正確に述べよ.

(ii) Weierstrass の最大値定理を述べ, 証明の概略を説明せよ.

9

(i) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ が $\mathbb{R}$ で一様連続であることの定義を述べよ.

(ii) 連続性と一様連続性の関係を述べよ.