科目名	解析学 1/微分積分学 (1 回目)	対象	1S-A	学部 研究科	理学部第一部	学科 専攻科	数学科	学籍番号		評点
平成 14 年 7 月 19 日 (金) 2 回目 (時限目)				担当	宮島静雄	学年		氏名		
試験時間	60 分	注意事項	①. 筆記用具以外持込不可 ~~2. 下記のみ参照・持込可~~							

1 「x は y の親である」という主張を "Pxy" で表すことにする. このとき,「a は b のいとこである」という主張を, Pxy や $\forall, \exists$ などの論理記号のみを使って表現せよ.

2

(i) A を $\mathbb{R}$ の上に有界な空でない部分集合とする. $\sup A$ の定義を述べよ.

(ii) $a_0 := \sup A$ とすると, 任意の $\varepsilon > 0$ に対して, $a \in A$ で $a < a_0 - \varepsilon$ をみたすものが存在することを示せ.

3 実数の連続性の公理に基づき, 任意の空でなく上に有界な $A \subset \mathbb{R}$ は上限を持つことを証明せよ. (概略でよい)

4

(i)「実数列 $\{a_n\}_n$ が a_0 に収束する」ということの正確な定義を述べよ.

(ii)「実数列 $\{a_n\}_n$ が a_0 に収束しない」ということを, 否定を使わずに論理記号と不等式で表現せよ.

5

(i) 実数列 $\{a_n\}_n$ の部分列の定義をその表現と共に述べよ.

(ii) 数列に関する Bolzano-Weierstrass の定理を述べ, これを利用して証明される定理の例を挙げよ.

6 実数列の収束について簡明な十分条件について知っていることを述べよ.

7 $a_1 = 1,, \ a_2 = 2, \ a_{n+2} = \sqrt{a_{n+1}} + \sqrt{a_n}$ という漸化式で $\{a_n\}_n$ を定めると, $\{a_n\}_n$ は収束することを示せ.

8 $a \in \mathbb{R}$ の近傍で定義された関数 $f(x)$ に対して, $f(x)$ が $x = a$ で点列式定義で連続なら $\varepsilon - \delta$ 式定義でも連続となることを証明せよ.

9 中間値の定理を正確に述べ, その証明の概略を説明せよ.

10

(i) $A \subset \mathbb{R}$ とするとき $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ が A 上で一様連続であることの定義を述べよ.

(ii) 連続性と一様連続性の関係を述べよ.