

科目名	解析学 1/微積分分学 (1回目)	対象	1S-A	学部 研究科	理学部第一部	学科 専攻科	数学科	学籍 番号		評点
平成 15 年 7 月 18 日 (金) 2 回目 (時限目)		担当	宮島静雄	学年		氏名				
試験 時間	60 分	注意 事項	①. 筆記用具以外持込不可 ②. 下記のみ参照→持込可							

1 集合 A, B, C に関する分配法則

$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ を証明せよ。

2

(i) $A \subset \mathbb{R}$ は上に有界で、空でないとする。 $\sup A$ の定義を述べよ。

(ii) $A \subset \mathbb{R}$ が最大元 x_0 を持つとき、 $x_0 = \sup A$ であることを証明せよ。

3 実数の切断の定義を述べ、実数の連続性の公理の内容とその意義について説明せよ。

4 実数の連続性の公理に基づき、任意の空でなく上に有界な $C \subset \mathbb{R}$ は上限を持つことを証明せよ。(概略でよい)

5

(i) 「実数列 $\{a_n\}_n$ が a_0 に収束する」ということの正確な定義を述べよ。

(ii) 「実数列 $\{a_n\}_n$ が a_0 に収束しない」ということを、否定を、使わずに論理記号と不等式で表現せよ。

6

(i) 実数列 $\{a_n\}_n$ の部分列の定義をその表現と共に述べよ。

(ii) 数列に関する Bolzano-Weierstrass の定理を述べ、これを利用して証明される定理の例を挙げよ。

7 実数列の収束について簡明な十分条件について知っていることを述べよ。

8 $a \in \mathbb{R}$ の近傍で定義された関数 $f(x)$ に対して、 $f(x)$ が $x = a$ で点列式定義で連続なら $\varepsilon - \delta$ 式定義でも連続となることを証明せよ。

9

(i) $A \subset \mathbb{R}$ とするとき $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ が A 上で一様連続であることの定義を述べよ。

(ii) 連続性と一様連続性の関係を述べよ。

10 $a_1 = \sqrt{3}$, $a_{n+1} = \sqrt{2 + \sqrt{a_n}}$ という漸化式で $\{a_n\}_n$ を定めると、 $\{a_n\}_n$ は収束することを示せ。

11 中間値の定理を正確に述べ、その証明の概略を説明せよ。