

(9) 有界閉区間上での一様連続と連続の関係について述べ、示せ。

7. (1) 除外近傍の定義を述べよ。  
(2) 除外近傍での関数の極限の定義を述べよ。  
(3) 右極限, 左極限の定義を述べよ。  
(4) 関数の極限を特徴付ける命題を述べ、示せ。  
(5)  $x \rightarrow \infty$  の場合の Cauchy の判定条件を述べ、示せ。  
(6) 関数の極限値の四則演算/順序に関する命題を述べ、証明の方針を述べよ。
8. (1) 微分可能性, 微分係数, 導関数,  $C^r$  級の定義を述べよ。  
(2)  $f$  が  $x_0$  で微分可能ならば連続であることを  $\epsilon - \delta$  式の定義に基づいて示せ。  
(3) 微分と関数の四則に関する命題を述べ、示せ。  
(4) 高階での Leibniz の法則を述べ、示せ。  
(5) 極値の定義を述べよ。  
(6) 微分可能な時の極値の条件を述べ、示せ。  
(7) Rolle の定理を述べ、示せ。  
(8) 平均値の定理を述べ、示せ。  
(9) 平均値の定理から得られる 2 つの系を述べ、厳密に示せ。  
(10) Cauchy の平均値の定理を述べ、示せ。  
(11) Cauchy の平均値の定理と平均値の定理の関係を述べよ。  
(12) L'Hospital の定理を述べ、示せ。  
(13) L'Hospital の定理はどのように活用できるか説明しろ。  
(14) L'Hospital の定理の違った形を述べ、示せ。  
(15) Taylor の定理を述べ、示せ。また, Taylor 近似多項式の定義を述べよ。  
(16) Taylor 展開可能性を述べ、示せ。また, Taylor 級数, Maclaurin 級数の定義を述べよ。
9. (1) 極値の十分条件を述べ、示せ。  
(2)  $\sin x, \cos x, e^x$  を Taylor 展開せよ。  
(3) 凸関数の定義を述べよ。  
(4) 凸関数での Taylor の定理を考え、補題を

自ら立てて、一般の場合での相加相乗平均の不等式を導け。

- (5) 指数関数の 2 階導関数を用いて, Young の不等式を導き, 式変形から Minkowski の不等式を得よ。
10. (1)  $f$  が  $x_0$  で微分可能であることの特徴付けを述べ、示せ。  
(2) 合成関数の微分に関する命題を述べ、示せ。  
(3) 対数微分法を説明せよ。  
(4) 逆関数の微分に関する命題を述べ、示せ。  
(5) 逆関数の微分定理において  $f$  が  $C^n$  級ならば  $f^{-1}$  も  $C^n$  級であることを示せ。  
(6)  $\sin x, \cos x, \tan x$  の逆関数の定義域, 値域とその導関数を述べよ。  
(7) 局所的な逆関数定理を述べ、示せ。
11. Landau の記号について説明せよ。
12. (1) 分割, 分点, 過剰和, 不足和の定義を述べよ。  
(2) 上積分, 下積分, 積分可能の定義を述べよ。  
(3) 細分の定義を述べよ。  
(4) 過剰和, 不足和の性質を述べ、示せ。  
(5) 上積分下積分の性質を述べ、示せ。
13. (1) 積分可能の基準を述べ、示せ。  
(2) 積分の性質を述べ、示せ。  
(3) 積分可能の必要条件を述べ、示せ。  
(4) 積分領域に関する加法性を述べ、示せ。  
(5) 積分の平均値定理を述べ、示せ。  
(6) 一般化された積分の平均値定理を述べ、示せ。  
(7) 微積分の基本定理とその系をそれぞれ述べ、示せ。  
(8) 部分積分の公式を述べ、示せ。  
(9) 置換積分の公式を述べ、示せ。  
(10) 積分の第 2 平均値の定理を述べ、示せ。
14. (1) 代数学の基本定理とその有用な系を述べ、それぞれ示せ。  
(2) 部分分数展開に関する命題を述べ、補題を自ら立てて示せ。  
(3) Leibniz による有理関数の不定積分についての命題を述べ、示せ。
15. (1) 分割の目の定義を述べよ。