

科目名	解析学 1/微分積分学 (2回目)	対象	1S-B	学部 研究科	理学部第一部	学科 専攻科	数学科	学籍 番号		評点
試験 時間	60 分	注意 事項	①. 筆記用具以外持込不可 ②. 下記のみ参照・持込可							
平成 10 年 7 月 28 日 (火)		2 回目 ( ~ 時限目)		担当	宮島 静雄	学年		氏名		

1 一変数実数値関数  $f(x)$  について,  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$  ということの正確な定義を述べよ.

2  $f(x)$  は  $[0, 1]$  で連続,  $(0, 1)$  で微分可能な関数とする. このとき  $f(x^2) - f(x)$  を考えることにより,  $2xf'(x^2) = f'(x)$  を満たす  $x \in (0, 1)$  が存在することを示せ.

3  
(i)  $u(x), v(x)$  の積  $uv$  の  $n$  階導関数についての Leibniz の微分法則を述べよ.  
(ii)  $x^2 e^x$  の  $n$  階導関数を求めよ.

4 区間  $[a, x]$  で  $n$  回微分可能な関数  $f$  についての Taylor の定理を正確に述べよ.

5 実数全体で定義された, 無限回微分可能な関数  $f$  の  $a$  を中心とする Taylor 級数とは何か説明せよ. またこの級数ともとの関数  $f$  との関係について説明せよ.

6  $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  は有界で,  $[a, b]$  の分割  $\Delta$  や  $M(f, A), m(f, A)$  の意味は既知として, 次の間に答えよ.

- (i) 分割  $\Delta$  に関する過剰和  $S(f, \Delta)$  と不足和  $s(f, \Delta)$  の定義を述べよ.  
(ii)  $f$  が  $[a, b]$  上で積分可能ということの定義を述べよ.

7  
(i)  $\frac{x^8 + 3x^2 + x - 1}{x^2(x-1)(x^2+1)^2}$  を部分分数展開したときの形がどのようになるか述べよ. (係数を実際に求める必要はなく,  $A, B, C$  などの記号で表せ.)  
(ii)  $\frac{1}{x^3 + 1}$  の不定積分を求めよ.

8 次の不定積分についての次の間に答えよ.

- (i)  $R(s, t)$  を  $s, t$  の有理式とすると,  $\int R(\sin x, \cos x) dx$  を有理関数の不定積分に帰着させる方法を述べよ.  
(ii)  $\int \frac{\cos x}{\sin x(\cos x + 1)} dx$  を求めよ.  
(iii)  $\int \frac{\Gamma}{1 + \sqrt[3]{x}} dx$  を求めよ.