

科目名	解析学 1/微分積分学 (2 回目)	対象	1S-A	学部 研究科	理学部第一部	学科 専攻科	数学科	学籍 番号		評点
平成 12 年 7 月 26 日 (水)	2 回目 ( ~ 時限目)	担当	宮島 静雄	学年		氏名				
試験 時間	60 分	注意 事項	①. 筆記用具以外持込不可 ②. 下記のみ参照一持込可							

1 一変数実数値関数  $f(x)$  について,

(i)  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$  ということの正確な定義を述べよ.

(ii)  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = b$  ということの正確な定義を述べよ.

2 Rolle の定理を正確に述べ, 連続関数についての事柄は既知として, これを証明せよ.

3  $f(x)$  は実数全体で定義された 2 回微分可能な関数,  $a, b, c$  は  $a < b < c$  を満たす実数とする. このとき,  $f(a) = f(b) = f(c)$  が成り立てば  $f''(\xi) = 0$  を満たす  $\xi$  が存在することを示せ.

4

(i)  $u(x), v(x)$  の積  $uv$  の  $n$  階導関数についての Leibniz の微分法則を述べよ.

(ii)  $x\sqrt{1+x}$  の  $n$  階導関数を求めよ.

5 区間  $[a, x]$  で  $n$  回微分可能な関数  $f$  についての Taylor の定理を正確に述べよ. さらに  $f$  が無限回微分可能なとき,  $f$  の Taylor 級数が  $f$  と一致するための十分条件を 1 つ述べよ.

6  $\sqrt[3]{1+x}$  の 0 を中心とする 3 次の Taylor の近似多項式を求めよ. またその近似多項式と  $\sqrt[3]{1+x}$  の誤差を  $0 \leq x < 0.1$  において評価せよ.

7  $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  は有界とし,  $[a, b]$  の分割  $\Delta = \{I_i\}_{i=1}^n$  と  $|I_i|$  の意味は既知として, 次の間に答えよ.

(i) 分割  $\Delta$  に関する過剰和  $S(f, \Delta)$  と不足和  $s(f, \Delta)$  の定義を述べよ.

(ii)  $f$  が  $[a, b]$  上で積分可能ということの定義を述べよ.

8

(i)  $\frac{x^3 + 3x^2 + x - 1}{x^2(x-1)(x^2+1)^2}$  を部分分数展開したときの形がどのようになるか述べよ. (係数を実際に求める必要はなく,  $A, B, C$  などの記号で表せ.)

(ii)  $\frac{1}{2x + 2x^2 + x^3}$  の不定積分を求めよ.

9 次の不定積分についての次の間に答えよ.

(i)  $R(s, t)$  を  $s, t$  の有理式とすると,  $\int R(\sin x, \cos x) dx$  を有理関数の不定積分に帰着させる方法を述べよ.

(ii)  $\int \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} dx$  を求めよ.