科目名	解析学 1/微分積分学 (1 回目)	対象	1S-B	学部研究科	理学部第一部	学科専攻科	数学科	学籍番号		評点
平成 12 年 7 月 19 日 (水) 2 回目 (時限目)				担当	宮島静雄	学年		氏名		
試験時間	60 分	注意事項	①. 筆記用具以外持込不可 ~~2. 下記のみ参照・持込可~~							

1

(i) $\forall x\,(Ax \Rightarrow Bx)$ の否定を否定記号 $\neg$ が Ax または Bx に直接付く形に変形せよ.

(ii) $\forall x\,\exists y\,\forall z\,(Pyz \Rightarrow Qxz)$ という命題の否定を, 否定記号 $\neg$ が Pyz または Qxz に直接かかる形に表せ.

2 数列 $\{a_n\}_n$ に関する次の主張を, $\forall$, $\exists$ を用いて論理式で表現せよ.

(i) $a_n > 1$ となる n が無限個存在する.

(ii) 十分大きい n に対して $a_n \geq 0$.

3 実数 a, b に対して, 任意の $\varepsilon > 0$ で $a < b + \varepsilon$ が成り立っているとする. このとき $a \leq b$ であることを示せ. (Hint: 背理法)

4 実数の切断の定義を述べ, 実数の連続性の公理について説明せよ.

5 A を $\mathbb{R}$ の上に有界な空でない部分集合とする.

(i) $\sup A$ の定義を述べよ.

(ii) $a_0 := \sup A$ とすると, 任意の $\varepsilon > 0$ に対して, $a \in A$ で $a < a_0 - \varepsilon$ をみたすものが存在することを示せ.

6

(i)「実数列 $\{a_n\}_n$ が a_0 に収束する」ということの正確な定義を述べよ.

(ii) 実数列についての「はさみうちの原理」とはどんなものか述べよ.

7

(i) 実数列 $\{a_n\}_n$ の部分列の定義を述べよ.

(ii) 数列に関する Bolzano-Weierstrass の定理を述べ, これを証明する道筋を説明せよ.

8 $a_1 = \sqrt{2},\ a_{n+1} = \sqrt{2 + \sqrt{a_n}}$ という漸化式で $\{a_n\}_n$ を定めると, $\{a_n\}_n$ は収束することを示せ.

9 有界閉区間 $[a, b]$ 上で定義された連続関数について共通に成り立つ定理を 2 つ挙げ, 内容を正確に述べなさい.

10

(i) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ が $\mathbb{R}$ で一様連続であることの定義を述べよ.

(ii) $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ が共に $\mathbb{R}$ で一様連続なら, 合成関数 $g \circ f$ も $\mathbb{R}$ で一様連続であることを示せ.