科目名	解析学 1/微分積分学 (2 回目)	対象	1S-A	学部 研究科	理学部第一部	学科 専攻科	数学科	学籍 番号		評 点
平成 13 年 7 月 26 日 (木) 2 回目 (～ 時限目)				担当	宮島 静雄	学年		氏名		
試験 時間	60 分	注意 事項	①. 筆記用具以外持込不可 ~~2. 下記のみ参照・持込可~~							

1 一変数実数値関数 $f(x)$ について,

(i) $\lim_{x\to a} f(x) = b$ ということの正確な定義を述べよ.

(ii) $\lim_{x\to a} f(x)$ の存在についての Cauchy の判定条件を述べよ.

2 Rolle の定理を正確に述べ, 連続関数についての事柄は既知として, これを証明せよ.

3 区間 $[a, x]$ で n 回微分可能な関数 f についての Taylor の定理を正確に述べよ.

4

(i) $u(x), v(x)$ の積 uv の n 階導関数についての Leibniz の微分法則を述べよ.

(ii) $x \log x$ の n 階導関数を求めよ.

5 $f(x)$ は実数全体で定義された 2 回微分可能な関数, a, b, c は $a < b < c$ を満たす実数とする. このとき, $f(a) = f(b) = f(c) = 0$ が成り立てば $2f'(\xi) = f''(\xi) + f(\xi)$ を満たす ξ が存在することを示せ. (Hint: $e^{-x}f(x)$ を考える)

6 $\sqrt{1-x}$ の 0 を中心とする 3 次の Taylor の近似多項式を求めよ. またその近似多項式と $\sqrt{1-x}$ の誤差を $0 \le x < 0.1$ において評価せよ.

7 $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ は有界とし, $[a, b]$ の分割 $\Delta = \{I_i\}_{i=1}^n$ と $|I_i|$ の意味だけを既知として, f が $[a, b]$ 上で積分可能ということの定義をくわしく述べよ.

8

(i) $\dfrac{x^8 + 3x^2 + x - 1}{x^2(x-1)(x^2+1)^2}$ を部分分数展開したときの形がどのようになるか述べよ. (係数を実際に求める必要はなく, A, B, C などの記号で表せ.)

(ii) $\dfrac{1}{(1+x^2)^2}$ の不定積分を求めよ.

9 次の不定積分についての次の問に答えよ.

(i) $R(s, t)$ を s, t の有理式とするとき, $\int R(\sin x,\ \cos x)\, dx$ を有理関数の不定積分に帰着させる方法を述べよ.

(ii) $t = \sqrt{\dfrac{x}{1-x}}$ と置換して $\int \sqrt{\dfrac{x}{1-x}}\, dx$ を求めよ.